1. kolo fyzikální korespondenční školy

Sport

Řešení úloh

Úloha 1.1: Bobová dráha Špindlerův Mlýn

a) $h_1 = 800\ \mathrm{m}$

$h_2 = 725\ \mathrm{m}$

$m_0 = 20\ \mathrm{kg}$

$n = 250$

$m = 65\ \mathrm{kg}$

$t = 1\ \mathrm{h} = 3600\ \mathrm{s}$

$\underline{P = ?\ (\mathrm{W})}$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{n(m_0 + m)g(h_1 - h_2)}{t}$$

$$P = \frac{250(20 + 65)10(800 - 725)}{3600}\ \mathrm{W}$$

$$\underline{\underline{P = 4427\ \mathrm{W}}}$$

Výkon vleku bobové dráhy je 4427 W.

b) Za 3600 s se přepraví 250 vozíčků

Doba přepravy jednoho vozíčku: $t = \frac{3600}{n}\mathrm{s} = \frac{3600}{250}\ \mathrm{s} = 14{,}4\ \mathrm{s}$

c) $v_{max} = 65\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 18\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$\underline{v = ?\ (\mathrm{m \cdot s^{-1}})}$

Pro výpočet maximální rychlosti na konci dráhy využijeme zákon zachování mechanické energie.

$$E_p = E_k$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$gh = \frac{1}{2}v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (800 - 725)}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\underline{\underline{v = 38{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}}$$

Maximální rychlost vozíčku bez uvažování vlivu tření je $38{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

d) Rozdíl mezi maximální rychlostí reálně dosahovanou na dráze a rychlostí vypočítanou je dán právě vlivem tření a odporu vzduchu, který jsme ve výpočtu zanedbali.

Úloha 1.2: Tři způsoby, jak překonat kanál La Manche

a) $t = 9\ \mathrm{h}\ 22\ \mathrm{min} = 33720\ \mathrm{s}$

$s = 33\ \mathrm{km} = 33\ 000\ \mathrm{m}$ (šířka Doverské úžiny)

$\underline{v_p = ?\ (\mathrm{m \cdot s^{-1}})}$

$$v_p = \frac{s}{t}$$

$$v_p = \frac{33\ 000}{33720}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\underline{\underline{v_p = 0{,}98\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 3{,}5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}}}$$

Průměrná rychlost české plavkyně byla $3{,}5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

b) $s = 33\ \mathrm{km} = 33\ 000\ \mathrm{m}$

$t_t = 90\ \mathrm{min} = 5400\ \mathrm{s}$

$t_v = 45\ \mathrm{min} = 2700\ \mathrm{s}$

$\underline{v_{pt}, v_{pv} = ?\ (\mathrm{m \cdot s^{-1}})}$

$$v_{pt} = \frac{s}{t_t}$$

$$v_{pt} = \frac{33\ 000}{5\ 400}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\underline{\underline{v_{pt} = 6{,}1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 22\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}}}$$

Průměrná rychlost trajektu za dobrého počasí je $22\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

$$v_{pv} = \frac{s}{t_v}$$

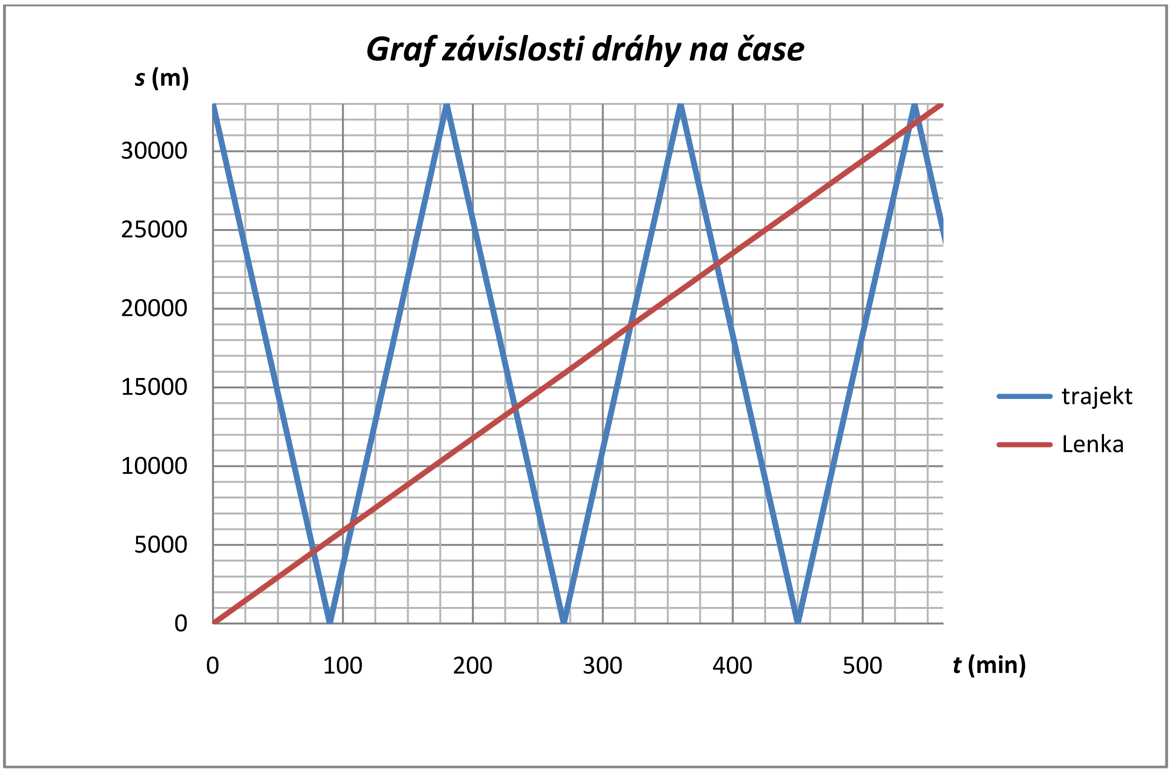
$$v_{pv} = \frac{33\ 000}{2\ 700}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\underline{\underline{v_{pv} = 12{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 44\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}}}$$

Průměrná rychlost vlaku v tunelu pod kanálem La Manche je $44\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

c) Pro řešení sestrojíme graf závislosti dráhy na čase:

t (min)	0	90	180	270	360	450	540	630
s(m) trajekt	0	33000	0	33000	0	33000	0	33000
s(m) Lenka	0	5292	10584	15876	21168	26460	31752	37044



Setkání Lenky a trajektu vyjadřují průsečíky obou grafů. Tedy Lenka a trajekt by se potkali 7-krát.

Úloha 1.3: Plavba na kajaku

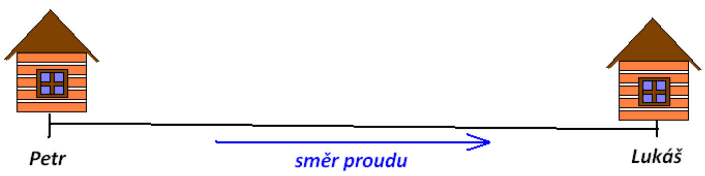
a) $s = 4\ \mathrm{km} = 4000\ \mathrm{m}$

$v_0 = 1{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$v = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$t_1, t_2 = ?\,(s)$

$\underline{t_2 - t_1 = ?\,(s)}$



Jestliže se mají kamarádi sejít v polovině cesty mezi chatami, poluje Petr se svým kajakem po proudu a Lukáš bude muset plout proti proudu. Rychlost každého z chlapců bude ovlivněna rychlostí proudu vody

Petr: Pluje po proudu – rychlosti budeme sčítat

$$t_1 = \frac{\frac{s}{2}}{v + v_0}$$

$$t_1 = \frac{\frac{4000}{2}}{4 + 1{,}7}\ \mathrm{s}$$

$$\underline{t_1 = 351\ \mathrm{s} = 5{,}8\ \mathrm{min}}$$

Lukáš: Pluje proti proudu – rychlosti budeme odečítat

$$t_2 = \frac{\frac{s}{2}}{v + v_0}$$

$$t_2 = \frac{\frac{4000}{2}}{4 - 1{,}7}\ \mathrm{s}$$

$$\underline{t_2 = 870\ \mathrm{s} = 14{,}5\ \mathrm{min}}$$

$$t_2 - t_1 = (870 - 351)\ \mathrm{s} = 519\ \mathrm{s} = 8{,}65\ \mathrm{min}$$

$$\underline{t_2 - t_1 = 519\ \mathrm{s} = 8{,}65\ \mathrm{min}}$$

Petr bude na Lukáše čekat na domluveném místě 8,65 min.

b) Aby vyjížděl Lukáš přímo od chaty, musí Petr přenést kajak proti proudu.

$$s_1 = (v + v_0)t_2 - s$$

$$s_1 = [(4 + 1{,}7)870 - 2000]\ \mathrm{m}$$

$$\underline{s_1 = 2959\ \mathrm{m}}$$

Aby se kamarádi setkali na místě určeném ve stejnou chvíli, a Lukáš vyjížděl od chaty, musí Petr přenést svůj kajak o 2959 m proti proudu.

c) Aby vyjížděl Petr přímo od chaty, musí Lukáš přenést kajak po proudu.

$$s_2 = s - (v - v_0)t_1$$

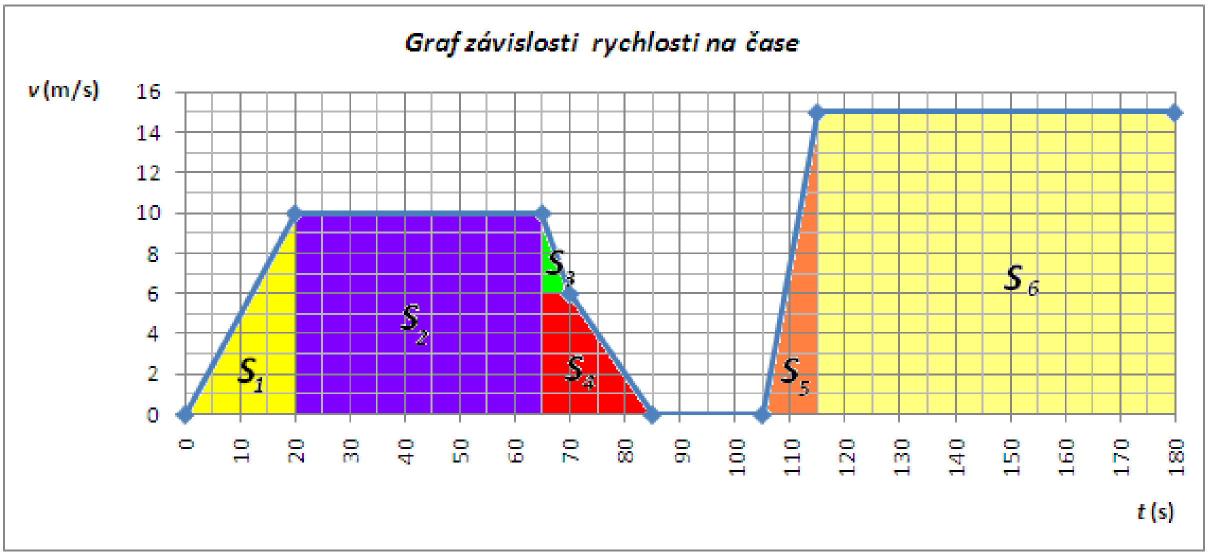
$$s_2 = [2000 - (4 - 1{,}7)351]\ \mathrm{m}$$

$$\underline{s_2 = 1192{,}7\ \mathrm{m}}$$

Aby se kamarádi setkali na místě určeném ve stejnou chvíli, a Petr vyjížděl od chaty, musí Lukáš přenést svůj kajak o 1192,7 m proti proudu.

Úloha 1.4: Tour de France

a) Je výsledkem fantazie každého z Vás ☺
b) Cyklista se pohyboval rovnoměrným pohybem v intervalu $\langle 20\ \mathrm{s}; 65\ \mathrm{s}\rangle$ a v intervalu $\langle 115\ \mathrm{s}; 180\ \mathrm{s}\rangle$. Celková doba rovnoměrného pohybu byla **110 s**.
c) Během prvních třech minut dosáhl cyklista maximální rychlosti $15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
d) Maximální rychlostí se pohyboval 65 s.
e) Dráhu vypočítáme jako obsah plochy pod křivkou. Plochu rozdělíme na části, jejichž obsah umíme vypočítat. Např. takto:



$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}$$
$$s_2 = 45 \cdot 10 \text{ m} = 450 \text{ m}$$
$$s_3 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \text{ m} = 10 \text{ m}$$
$$s_4 = \frac{1}{2}(20 + 5)6 \text{ m} = 75 \text{ m}$$
$$s_5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 \text{ m} = 75 \text{ m}$$
$$s_6 = 65 \cdot 15 \text{ m} = 975 \text{ m}$$

$$s = (s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6) \text{ m}$$
$$s = (100 + 450 + 10 + 75 + 75 + 975) \text{ m}$$
$$\underline{\underline{s = 1685 \text{ m}}}$$

Cyklista urazil během prvních třech minut 1685 m.

f) Průměrná rychlost je rovna rychlosti, za kterou urazí cyklista celkovou dráhu za celkový čas.

$$v_p = \frac{s}{t}$$
$$v_p = \frac{1685}{180} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$\underline{\underline{v_p = 9{,}36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

Průměrná rychlost cyklisty během prvních třech minut byla $9{,}36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.