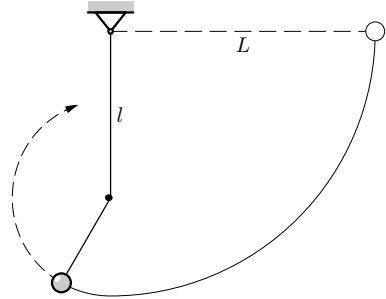


Úlohy 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

1. Kulička na nití

Na pevné nití délky L je zavěšena malá kulička. Pod bodem závěsu zarazíme hřebík tak, aby se ho nit volně zavěšené kuličky dotýkala. Nit s kuličkou vychýlíme do horizontální polohy a pustíme.



Obr. 1

- V jaké nejmenší vzdálenosti $l < L$ musíme hřebík zarazit, aby se kulička po průchodu rovnovážnou polohou až do nárazu na svislou část vlákna pohybovala po kružnici?
- V jaké vzdálenosti $l < L$ musíme hřebík zarazit, aby se kulička po průchodu rovnovážnou polohou pohybovala zčásti po kružnici, zčásti po parabole tak, že zasáhne hřebík?

Rozměry kuličky jsou v porovnání s délkou nití zanedbatelné, odpor vzduchu zanedbáme.

2. Valivý pohyb po nakloněné rovině

Dvě rotační tělesa — plný válec a tenkostěnná válcová trubka — mají stejnou hmotnost m a stejný poloměr r . Tělesa budeme pouštět po nakloněné rovině s úhlem sklonu α tak, že jejich rotační osy budou vodorovné.

- S jakým zrychlením a_1 se bude valit trubka?
- S jakým zrychlením a_2 se bude pohybovat plný válec?
- S jakým zrychlením a_3 se budou pohybovat obě tělesa, pustíme-li je po nakloněné rovině tak, aby byly stále ve vzájemném dotyku?

Tělesa při valení po nakloněné rovině neprokluzují, součinitel tření mezi nimi je f . Moment setrvačnosti válcové trubky vzhledem k její rotační ose $J_1 = mr^2$, moment setrvačnosti plného válce vzhledem k jeho rotační ose $J_2 = \frac{1}{2}mr^2$.

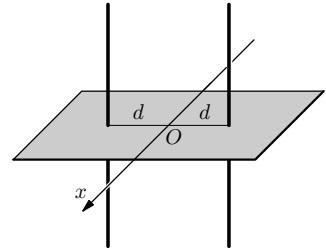
3. Setrvačnick

Plná homogenní koule má poloměr R a hmotnost M .

- Z koule máme vysoustružit setrvačnick ve tvaru válce s maximální hmotností. Určete hmotnost m_1 a moment setrvačnosti J_1 tohoto válce vzhledem ke geometrické ose.
- Z koule máme vysoustružit setrvačnick ve tvaru válce s maximálním momentem setrvačnosti. Určete hmotnost m_2 a moment setrvačnosti J_2 tohoto válce vzhledem ke geometrické ose.

4. Magnetické pole dvou rovnoběžných vodičů

Dvěma rovnoběžnými velmi dlouhými vodiči zanedbatelného průřezu umístěnými ve vzájemné vzdálenosti $2d$ procházejí proudy stejné velikosti I . Uvažujme osu x souměrnosti obou vodičů v rovině kolmé k rovině vodičů (obr. 2). Určete na ose x pro $x \in \langle 0, 4d \rangle$ souřadnice míst, kde je velikost magnetické indukce výsledného pole obou vodičů minimální a kde je maximální. Určete velikosti této minimální indukce B_{\min} a maximální indukce B_{\max} . Úlohu řešte



Obr. 2

- pro souhlasný směr proudů,
- pro nesouhlasný směr proudů.

Vzdálenost $4d$ považujte za zanedbatelnou vzhledem k délce vodičů.

5. Skleněná polokoule

Kolmo na rovinnou plochu homogenní skleněné polokoule o poloměru R dopadá válcový světelný svazek, jehož osa je totožná s osou polokoule. Index lomu skla vzhledem k okolnímu vzduchu je n .

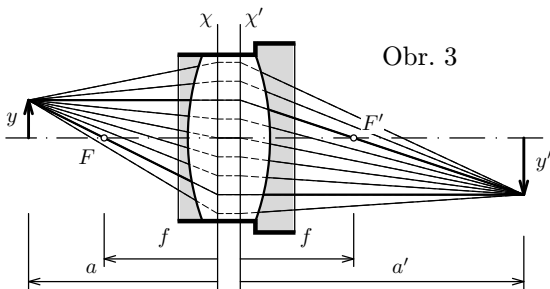
- Určete maximální průměr $2r$ válcového světelného svazku tak, aby nedošlo na vnitřní kulové ploše k úplnému odrazu světla.
- Určete interval vzdáleností (d_{\min}, d_{\max}) měřený od rovinné plochy polokoule, na němž paprsky protínají optickou osu.
- Určete ve steradiánech prostorový úhel, do něhož se šíří světlo při výstupu z polokoule.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $n = 1,50$.

6. Praktická úloha: Určení ohniskové vzdálenosti a polohy ohnisek a hlavních rovin promítacího objektivu

Promítací objektiv je tvořen spojnou soustavou několika čoček se společnou optickou osou, která se chová jako jediná **tlustá spojka**, jejíž vlastnosti jsou určeny polohou ohnisek a hlavních rovin (obr. 3). Vzdálenost *předmětového ohniska* F od *předmětové hlavní roviny* χ je stejná jako vzdálenost *obrazového ohniska* F' od *obrazové hlavní roviny* χ' a nazývá se **ohnisková vzdálenost** objektivu. Paprsky přicházející na objektiv rovnoběžně s optickou osou se lámou do obrazového ohniska F' . Paprsky vycházející z předmětového ohniska F vystupují z objektivu rovnoběžně s optickou osou.

Skutečný chod paprsků objektivem je složitý. Výsledek je ale takový, jako by se paprsky lámaly jen na předmetové hlavní rovině χ do směru rovnoběžného s optickou osou a potom na obrazové hlavní rovině χ' do výsledného směru.



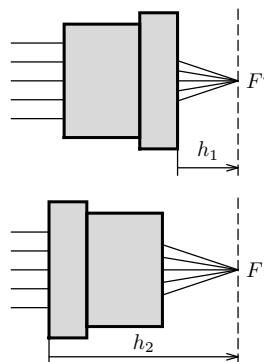
Obr. 3

(Pokud je pořadí hlavních rovin opačné (χ' se nachází vlevo od χ), musíme při grafické konstrukci paprsku mezi hlavními rovinami „counout“.)

Úkol: Určete ohniskovou vzdálenost a polohu ohnisek a hlavních rovin objektivu ze školního diaprojektoru (Medior, Aspectomat, Praktica apod.).

Provedení úlohy:

- a) Objektiv upevněte pomocí vhodného držáku na optickou lavici, kterou umístíte do blízkosti otevřeného okna. Skleněnou matnicí vyhledejte obrazovou ohniskovou rovinu objektivu, kde vznikne ostrý obraz vzdálených předmětů — budov, stromů — a změřte vzdálenost h_1 matnice od předního okraje objektivu. Pak objektiv otočte, stejným způsobem vyhledejte předmetovou ohniskovou rovinu objektivu a změřte vzdálenost h_2 matnice od předního okraje objektivu (obr. 4).

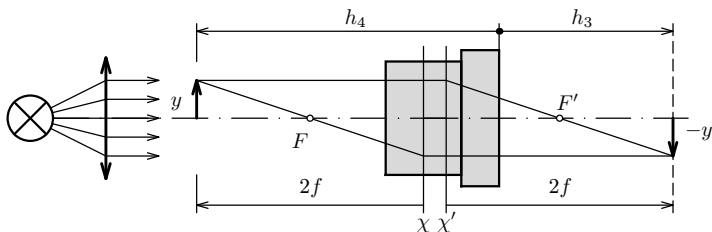


Obr. 4

- b) Na optickou lavici přidejte světelný zdroj a průhledný rovinný předmět známé výšky, například kousek plastového pravítka s milimetrovou stupnicí. Polohu předmětu, objektivu a matnice upravte tak, aby na matnici vznikl skutečný převrácený obraz předmětu, stejně velký, jako je předmět. V takovém případě leží předmět ve vzdálenosti $2f$ od předmetové hlavní roviny χ a obraz ve vzdálenosti $2f$ od obrazové hlavní roviny χ' (obr. 5). Změřte vzdálenosti h_3 , h_4 matnice a předmětu od předního okraje objektivu a vypočítejte ohniskovou vzdálenost objektivu

$$f = h_3 - h_1 = h_4 - h_2.$$

Měření vzdáleností h_1 až h_4 několikrát opakujte a odhadněte přesnost získaných výsledků. Vypočítanou hodnotu ohniskové vzdálenosti porovnejte s jmenovitou hodnotou vyznačenou na obrubě objektivu. Určete také vzdálenosti hlavních rovin objektivu od jeho předního okraje.



Obr. 5

7. Polyeny

Polyeny jsou organické látky s tzv. *konjugovanými vazbami*: v lineární molekule se jednoduchá vazba střídá s dvojnou, což dovoluje elektronům v π -orbitalích překryv a poměrně volný pohyb v jednorozměrném koridoru vymezeném skeletem uhlíkových vazeb σ . Uvažujte lineární molekulu tvořenou N uhlíkovými atomy, z nichž každý, který se podílí na dvojných vazbách, přispívá jedním π -elektronem.

V hrubém přiblížení lze na takovou molekulu nahlížet jako na potenciálovou jámu. Střední délka vazby sousedních atomů uhlíku je $a = 141$ pm. Při výpočtu délky L jámy zahrnujeme ještě přesah dráhy $0,5a$ u krajního atomu, pokud se podílí na dvojných vazbách. Jak vidno z příkladů:



je počet π -elektronů roven N pro N sudé a je roven $N - 1$ pro N liché, neboť jeden krajní uhlíkový atom netvoří dvojnou vazbu. Proto také u něho nenastává přesah dráhy π -elektronů a délka potenciálové jámy činí pouze

$$L = (N - 1)a + 0,5a = (N - 0,5)a,$$

kdežto pro N sudé je

$$L = (N - 1)a + 2 \cdot 0,5a = Na.$$

Barvu látky tvořené takovými molekulami můžeme odhadnout výpočtem energie potřebné k přechodu elektronu mezi nejvyšší obsazenou (HOMO) a nejnižší neobsazenou (LUMO) hladinou.

- Z podmínky pro stacionární stavy elektronu určete možné energie E_n π -elektronů v jámě.
- π -elektrony obsadí energetické hladiny podle Pauliho principu a podle principu minima energie. Určete energie hladin HOMO a LUMO.
- Vysvětlete, proč se vlnová délka přechodu HOMO – LUMO posouvá s rostoucím číslem N do dlouhovlnné oblasti. Předpovězte, pro které N , tj. pro který polyen se bude přechod HOMO – LUMO odehrávat již ve viditelné části spektra a jaké vlnové délky světla budou jimi nejvíce pohlcovány.