Úlohy 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

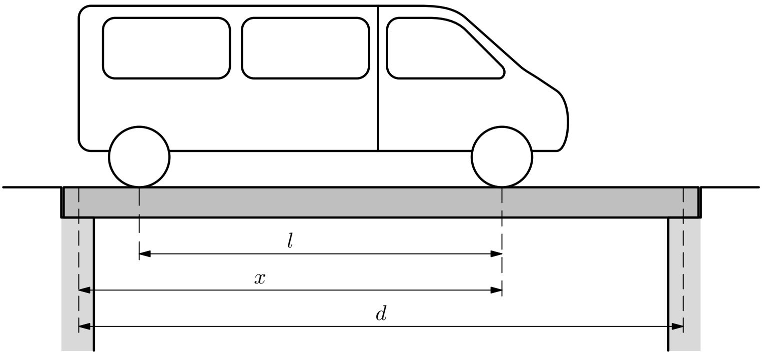
1. Automobil na můstku

Dřevěný můstek přes horskou bystřinu má mezi pilíři vzdálenost $d = 5{,}0$ m. Můstek pomalu přejíždí automobil *Renault Trafic Combi* o hmotnosti $m = 3\,060$ kg a s rozvorem (vzdáleností náprav) $l = 3{,}5$ m (obr. 1). Přední a zadní náprava automobilu jsou zatíženy v poměru 2 : 3. Označme $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$ síly, kterými automobil během přejíždění můstku působí na jeho pilíře.

a) Určete, kdy jsou tyto síly největší a jaké jsou tyto maximální velikosti sil $F_{1\max}$ a $F_{2\max}$.

b) Sestrojte graf závislosti velikostí sil F_1 a F_2 na vzdálenosti x místa dotyku předních kol s vozovkou od prvního pilíře, dokud zadní kola nepřejedou přes druhý pilíř můstku ($x \in \langle 0, d + l\rangle$).

c) Určete délku d' můstku, při níž by na druhý pilíř působila stejně velká síla při nájezdu předních i zadních kol.



Obr. 1

2. Cyklistická časovka ve větru

Cyklista absolvoval časovku délky $s = 36{,}00$ km, přičemž trasa vedla po přímé vodorovné silnici k otočce a zpět. Po celou dobu jízdy foukal vítr stálou rychlostí ve směru od startu k otočce. Cyklista dosáhl na trase k otočce času $t_1 = 21{:}36$ min (tj. 21 min 36 s), , v opačném směru času $t_2 = 33{:}45$ min. Výkon cyklisty byl po celou dobu jízdy stálý.

a) Určete velikost u rychlosti větru.

b) Určete čas t_0, kterého by za jinak stejných podmínek cyklista dosáhl v časovce za bezvětří, a porovnejte jej s celkovým časem za větru.

Odporová síla vzduchu působící proti pohybu cyklisty je přímo úměrná druhé mocnině rychlosti, tj. $F_{\mathrm{odp}} = kv^2$. Valivý odpor zanedbejte. Dobu rozjezdu a dobu otočky považujte za zanedbatelné.

3. Závody motocyklistů

Motocyklista A vjíždí do cílové rovinky rovnoměrně zrychleně se stálým zrychlením o velikosti a. První úsek rovinky před tribunou o délce $l_1 = 200$ m projel za dobu $t_1 = 7{,}2$ s, následující úsek kolem tribuny až do cíle o délce $l_2 = 180$ m za dobu $t_2 = 5{,}3$ s.

a) S jakým stálým zrychlením se motocyklista pohyboval?

b) Jaká byla jeho počáteční rychlost v_{01} na začátku cílové rovinky a jakou rychlostí v_2 projel cílem?

c) V cílové rovince se před motocyklistou A už nacházel motocyklista B, který měl na počátku cílové rovinky stejnou počáteční rychlost v_{01} a náskok $\Delta t = 4{,}0$ s, ale pro poruchu se pohyboval rovnoměrně zpomaleně se zrychlením o velikosti $a_1 = 0{,}10 \mathrm{~m \cdot s^{-2}}$. Který motocyklista vyhrál závod?

V části a) a b) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

4. Zalomený drát

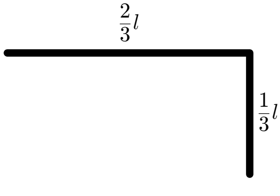
Pevný stejnorodý drát o délce l zalomíme pod pravým úhlem tak, aby poměr délek byl $2 : 1$ (obr 2).

a) V jaké vzdálenosti od konce delší části ho musíme zavěsit na nit, aby tato část byla vodorovná?

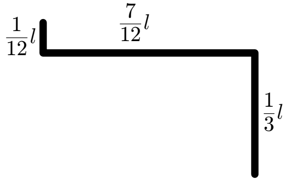
b) Jaký sklon zaujme delší část, zvolíme-li bod závěsu v polovině délky celého drátu?

c) Nyní ohneme i druhý konec drátu pod pravým úhlem v opačném směru tak, aby poměr délek částí drátu byl $1 : 7 : 4$ (obr. 3). Ve kterém místě musíme drát zavěsit, aby jeho prostřední část byla vodorovná?

d) Jaký sklon zaujme nyní prostřední část, zvolíme-li bod závěsu v polovině délky celého drátu?



Obr. 2



Obr. 3

5. Zahřívání směsi

V tepelně izolované nádobě se nacházela směs ledu a vody. Do nádoby jsme vložili ponorný vařič s tepelným výkonem $P = 400$ W a míchačku, která v nádobě udržovala tepelnou rovnováhu. Na konci každé minuty jsme zapisovali teplotu. První dvě minuty po zapnutí vařiče se teplota neměnila. Ve třetí minutě stoupla o 2,0 °C, ve čtvrté a páté minutě vždy o dalších 8,0 °C.

a) Kolik ledu a kolik vody bylo na počátku v nádobě?

b) Jak dlouho trvalo, než led roztál?

c) Za jak dlouho se voda začala vařit? Za jak dlouho se vyvařila polovina vody v nádobě?

Ztráty tepla do okolí zanedbejte.

Měrné skupenské teplo tání ledu $l_\mathrm{t} = 332\ \mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$, měrná tepelná kapacita vody $c = 4\,200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo varu vody $l_\mathrm{v} = 2{,}26\ \mathrm{MJ \cdot kg^{-1}}$.

6. *Praktická úloha:* Měření součinitele odporu dutého kužele

Před praktickým provedením této úlohy doporučujeme prostudovat studijní text *Vybíral, Zdeborová: Odporové síly* (Knihovnička FO č. 48), str. 19 až 21.

Pomůcky: váhy, stopky, tenký papír, rýsovací potřeby, délková měřidla

Popis měřicí metody: Z tenkého (nejlépe průklepového) papíru vystřihněte dvě kruhové výseče o středovém úhlu 270° a poloměru 10 cm a dvě kruhové výseče o středovém úhlu 225° a stejném poloměru. Z těchto výsečí slepte pomocí úzkého proužku tenké izolepy papírové kornouty.

a) Kornouty zvažte a vypočítejte jejich vrcholové úhly a poloměry podstav.

b) Změřte teplotu a tlak vzduchu v místnosti a pomocí stavové rovnice určete hustotu vzduchu, ve kterém provedete měření. Při teplotě 0 °C a tlaku 10^5 Pa je hustota suchého vzduchu $\varrho_0 = 1{,}276\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

Úlohy c) a d) proveďte nejprve s dvojicí kornoutů s větším vrcholovým úhlem a potom se zbývajícími dvěma kornouty.

c) Pozorujte pád kornoutu otočeného vrcholem dolů od stropu místnosti z co největší výšky h_0. Účinkem odporu vzduchu se rychlost kornoutu velmi brzy ustálí a jeho pohyb bude rovnoměrný. Rychlost pádu určete z doby, která uplyne od průletu kornoutu kolem značky ve výšce $h < h_0$ do jeho dopadu na podlahu místnosti. Volte $h_0 - h > 0{,}5$ m. Měření doby pádu několikrát zopakujte a stanovte aritmetický průměr naměřených hodnot.

d) Úlohu c) opakujte se dvěma kornouty vloženými do sebe. Ověřte, že velikost odporové síly působící na kornouty je přímo úměrná druhé mocnině rychlosti. Kornout složený ze dvou kornoutů má dvakrát větší hmotnost než jeden samostatný, proto by jeho rychlost měla být $\sqrt{2}$krát větší než rychlost jednoduchého kornoutu – pokud platí *Newtonův vztah*

$$F = \frac{1}{2} C \varrho S v^2 = mg\,,$$

e) Ze známé hustoty vzduchu, hmotnosti a rozměrů kornoutu a jeho ustálené rychlosti při pádu určete součinitel odporu C dutého kužele s daným vrcholovým úhlem.

f) Ze stejného papíru vyrobte kornouty o stejných vrcholových úhlech, ale jiných poloměrech podstavy. Ověřte, že ustálené rychlosti pádu kornoutů se stejnými vrcholovými úhly jsou stejné, a vysvětlete to.

g) Porovnejte vypočtené hodnoty součinitele odporu C s hodnotami uvedenými v učebnici fyziky pro jiné tvary těles.

7. Kuličky v kapalinách

Do široké kádinky nalijeme postupně vodu ($\varrho_1 = 1\,000$ kg/m^3), rtuť ($\varrho_2 = 13\,600$ kg/m^3) a olej ($\varrho_3 = 900$ kg/m^3), vždy do výšky 2 cm. Kapaliny se navzájem nemísí. Do této kádinky nyní vhodíme tři kuličky o průměru 1 cm: ocelovou ($\varrho_4 = 7\,800$ kg/m^3), voskovou ($\varrho_5 = 960$ kg/m^3) a dřevěnou ($\varrho_6 = 600$ kg/m^3).

a) Kde se budou tyto kuličky nacházet, až se jejich pohyb zastaví?

b) Kolik % objemu každé kuličky bude ponořeno a ve které kapalině?

c) Jaká vztlaková síla působí na každou z kuliček?

d) Jaká bude hloubka ponoru každé kuličky?

Rovnici, ke které dojdete při řešení úlohy d), řešte vhodnou numerickou metodou. Objem kulové úseče

$$V = \pi r v^2 - \frac{1}{3}\pi v^3,$$

kde r je poloměr koule a v výška úseče.